

## Zmienność szyszek jodły pospolitej (*Abies alba* Mill.) – zmienność parametrów zewnętrznych szyszek

Variability of silver fir (*Abies alba* Mill.) cones – variability of cone parameters

Monika Aniszewska\*, Urszula Błuszkowska

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego, Wydział Inżynierii Produkcji, Katedra Maszyn Rolniczych i Leśnych,  
ul. Nowoursynowska 164, 02-776 Warszawa

\*Tel. +48 22 5934520, e-mail: monika\_aniszewska@sggw.pl

**Abstract.** This study aimed at determining the shape of closed silver fir cones from the Jawor Forest District (Wrocław), based purely on measurements of their length and thickness. Using these two parameters, the most accurate estimations were achieved with a fourth-degree polynomial fitting function. We then calculated the cones' surface area and volume in three different ways: 1) Using the fourth-degree polynomial shape estimation, 2) Introducing indicators of compliance ( $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ) to calculate the volume and then comparing it to its actual value as measured in a pitcher filled with water, 3) Comparing the surface area of the cones as calculated with the polynomial function to the value obtained from ratios of indicators of compliance (ratios  $k_4$  and  $k_5$ ). We found that the calculated surface area and volume were substantially higher than the corresponding measured values. Test values of cone volume and surface area as calculated by our model were 8% and 5% lower, respectively, compared to direct measurements. We also determined the fir cones apparent density to be  $0.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  on average. The gathered data on cone surface area, volume and bulk density is a valuable tool for optimizing the thermal peeling process in mill cabinets to acquire high quality seeds.

**Keywords:** cone, scales, area, volume, shape

### 1. Wstęp

Jodła pospolita (*Abies alba* Mill.) rośnie w południowej i środkowej Polsce, osiągając północną granicę zasięgu. Gatunek ten najliczniej występuje w Karpatach na wysokości 500–1100 m n.p.m., w Sudetach, Górach Świętokrzyskich i na Roztoczu (Gunia, Kowalski 1968; Wilczkiewicz 1976; Gunia 1986; Sabor et al. 1999; Barzdajn 2009; Bednarek 2002; Sugiery 2005; Szeligowski et al. 2011; Bis, Dobrowolska 2012).

Jodła pospolita zaczyna obradzać w wieku około siedemdziesięciu lat, gdy rośnie w zwarcu, a około trzydziestego roku życia, gdy wzrasta na otwartej przestrzeni (Załęski 1995). Gatunek ten obradza co 3–4 lata. Dojrzałe szyszki jodły pospolitej mają barwę szarobrazową, długość od 10 do 17 cm a grubość od 3 do 5 cm (Tyszkiewicz 1949; Boratyński 1983; Suszka 1983; Schütt 1991; Tracz, Barzdajn 2007; Jaworski, Paluch 2007). O parametrach szyszek i nasion jodły pochodzących z innych regionów pisali: Gudeski (1966), Kočiová (1974), Nanu (1977) czy Ballian i Čabaravdić (2005). Szyszki jodły rosną pionowo na gałęzi, a po dojrzeniu rozpadają się na łuski i nasiona, które opadają na ziemię, oraz trzpień pozostający na drzewie.

Zbierane są ręcznie przed całkowitym ich dojrzaniem z drzew stojących. Pozyskanie nasion jodły z szyszek nie wymaga stosowania wysokich temperatur i specjalistycznych urządzeń łuszcarskich, jak w przypadku świerka pospolitego (*Picea abies* (L.) H. Karst), sosny zwyczajnej (*Pinus sylvestris* L.) czy modrzewia europejskiego (*Larix decidua* Mill.). Według instrukcji gromadzenia i przechowywania zasobów genowych (Leśny Bank Genów Kostrzyca 2007) szyszki jodły umieszcza się w skrzyniach z perforowanym dnem w wentylowanej hali, w której panuje temperatura  $20^\circ\text{C}$ . Szyszki przegarniane podczas składowania wysychają oraz częściowo się rozsypują na łuski, nasiona i trzpień. Ostatecznie materiał podlega rozkruszeniu, a następnie oddzieleniu w bębnowym odsiewaczu nasion. Sam proces łuszczenia szyszek jodły można zmechanizować, jednak do tego, poza znajomością warunków temperaturowych, potrzebna jest znajomość budowy szyszek.

W nielicznych publikacjach dotyczących jodły autorzy opisywali parametry zewnętrzne szyszek, łusek oraz masę nasion czy skrzydełek i ich wzajemne zależności (Politi et al. 2011; Jaworski, Paluch 2007; Illoul-Hachi et al. 2015), a także wpływ środowiska na populację czy hybrydy (Ko-

Wpłynęło: 21.11.2015 r., recenzowano: 10.03.2016 r., zaakceptowano: 22.04.2016 r.

bliha et al. 2014). Szczegółowo opisane zostały parametry szyszek innych gatunków, m.in. świerka pospolitego (Kulej, Skrzyszewska 1996), ze wskazaniem zależności pomiędzy ich wymiarami (Barzdajn 1996) a środowiskiem, z którego pochodził materiał (Illoul-Hachi et al. 2015). Buraczyk (2009), w badaniach szyszek świerka pospolitego, zwrócił uwagę na wpływ wielkości szyszek i położenia w nich łusek na szybkość ich otwierania się i uwalniania nasion.

Celem badań była próba ustalenia kształtu szyszek oraz opracowanie najdokładniejszego modelu do obliczeń powierzchni i objętości zamkniętych szyszek jodły pospolitej. Znajomość opisywanych parametrów być może pozwoli optymalizować warunki realizacji luszczzenia z uwzględnieniem właściwości biologicznych nasion.

## 2. Materiał i metody

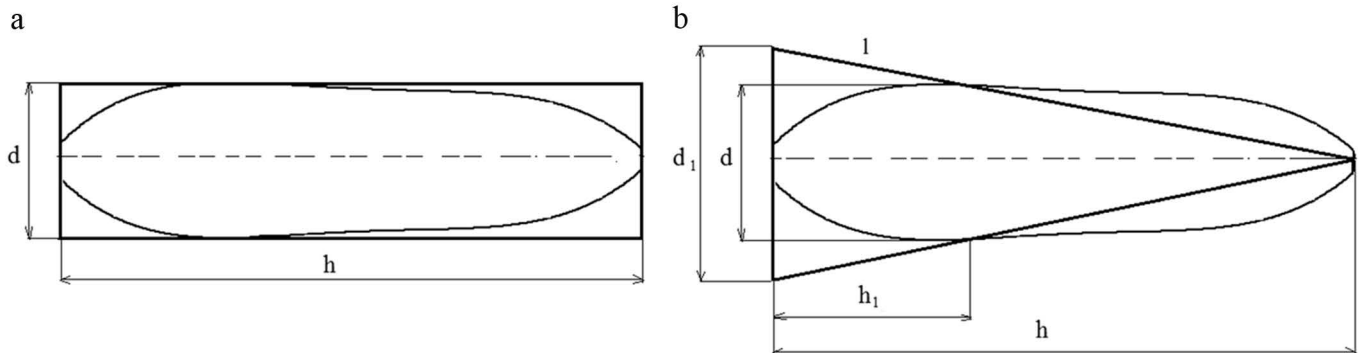
W badaniach wykorzystano zamknięte szyszki jodły pospolitej zebrane w gospodarczym drzewostanie nasiennym w Nadleśnictwie Jawor (Regionalna Dyrekcja Lasów Państwowych we Wrocławiu) z regionu pochodzenia 751.

Dla każdej z 30 losowo wybranych szyszek (ryc. 1) zmierzono długość ( $h$ ), grubość – największą średnicę szyszki ( $d$ ),



Rycina 1. Widok badanych szyszek jodły pospolitej (fot. M. Aniszewska)

Figure 1. View of the investigated silver fir cones (fot. M. Aniszewska)



Rycina 2. Modele geometryczne odwzorowujące kształt szyszek jodły pospolitej: a – walec, b – stożek

Figure 2. Geometric models mapping the shape of silver fir cones: a – cylinder, b – cone

masę ( $m$ ) oraz liczbę łusek ( $n$ ). Oceniono średnią wilgotność szyszek.

Do pomiaru długości i grubości zamkniętych szyszek wykorzystano suwmiarkę, a do pomiaru masy – wagę laboratoryjną WPS 600. Dokładność pomiaru długości i grubości wynosiła 0,1 cm, a masy – 0,1 g.

Na podstawie pomiaru długości oraz dodatkowo mierzonej sekwencyjnie średnicy, co 5 mm, obliczono pole powierzchni każdej szyszki. Zamknięte szyszki traktowano jako bryły obrotowe. Wyznaczono tworzącą powierzchni zewnętrznej. Odległość położenia przekroju od podstawy szyszki przyjęto za zerowy punkt układu współrzędnych (Aniszewska 2001). Współrzędne położenia przekroju i promień wyznaczone dla każdej szyszki były podstawą aproksymacji równania określającego tworzącą powierzchni zewnętrznej szyszki.

Funkcja kształtu  $y=f(x)$  jest ciągła i nieujemna na całej długości ( $h$ ) szyszki, więc pole powierzchni ( $S_{obl}$ ) można obliczyć korzystając ze wzoru (1):

$$S_{obl} = 2 \cdot \pi \int_a^b y \, dL = 2 \cdot \pi \int_0^h y \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \, dx \quad (1)$$

gdzie:

$dL$  – różniczka krzywej kształtu.

Biorąc pod uwagę fakt, że pola podstawy tej bryły są niewielkie, przyjęto, że powierzchnia boczna bryły jest równa powierzchni zewnętrznej szyszki.

Objętość szyszki ( $V_{obl}$ ) wyznaczono ze wzoru (2):

$$V_{obl} = \pi \int_0^h y^2 \, dx \quad (2)$$

Powierzchnię zewnętrzną i objętość badanych szyszek obliczono też, stosując powszechnie znane wzory na powierzchnię boczną i objętość walca ( $S_w$ ,  $V_w$ ) oraz stożka ( $S_s$ ,  $V_s$ ), gdzie  $d$  to średnica szyszki w najgrubszym miejscu,  $h$  to długość szyszki, a  $l$  – tworząca stożka (ryc. 2).

W celu dokładniejszego obliczenia badanych wielkości zaproponowano wprowadzenie do wzorów na pole powierzchni  $S_s(3)$  i objętość  $V_s(5)$  liczonych ze stożka współczynnik  $\alpha$ , który jest równy stosunkowi  $h_1$  i  $h$  (Aniszewska 2001).

Symbol  $h_1$  jest odległością od podstawy szyszki do położenia przekroju jej maksymalnej średnicy (tab.1). Tworząca stożka  $l$  jest prostą poprowadzoną z wierzchołka przez punkt  $d$  określający maksymalną średnicę i  $d_1$  – średnicę podstawy stożka (ryc. 2b).

$$S_s = \pi \cdot \frac{d_1}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + h^2} \quad (3)$$

gdzie:

$S_s$  – pole powierzchni szyszki liczone ze stożka,  
 $d_1, h$  – jak na rycinie 2.

Z zależności geometrycznej wynika, że

$$r_1 = h \frac{r}{h - h_1} = \frac{r}{1 - \alpha} \quad (4)$$

gdzie:

$r_1$  – promień podstawy stożka,  
 $r$  – promień szyszki.

$$V_s = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 \cdot h \quad (5)$$

gdzie:

$V_s$  – objętość szyszki liczona ze stożka.

Dodatkowo zmierzono objętość rzeczywistą szyszki ( $V_{rz}$ ). Do pomiaru użyto menzurki wypełnionej wodą, przyjmując objętość wypartej cieczy jako objętość szyszki. Pomiar wykonano z dokładnością do 1000 mm<sup>3</sup>. Gęstość szyszek obliczono jako iloraz masy i objętości rzeczywistej.

W celu porównania obliczonych wartości objętości według modeli z objętością rzeczywistą wprowadzono wskaźniki zgodności:  $k_1 = V_{obl}/V_{rz}$ ,  $k_2 = V_w/V_{rz}$ ,  $k_3 = V_s/V_{rz}$ ,  $k_4 = S_{obl}/S_w$ ,  $k_5 = S_{obl}/S_s$ .

Wykonano statystykę opisową (Statistica 2011) dla parametrów zewnętrznych. Określono średnią, długość pół-

przedziału ufności dla średniej, odchylenie standardowe, minimum i maksimum. Średnie pola powierzchni i objętości porównano testem F analizy wariancji, przetestowano również jednorodność wariancji (test Levene'a) oraz zgodność z rozkładem normalnym. Do testowania normalności rozkładu cechy zależnej zastosowano test Shapiro-Wilka. Wszystkie analizy wykonano na poziomie istotności  $\alpha=0,05$ .

### 3. Wyniki badań

#### 3.1. Parametry charakterystyczne szyszek

W tabeli 1 podano wartości długości ( $h$ ) i grubości ( $d$ ) badanych szyszek jodły pospolitej. Długość szyszek zawierała się w granicach od 12,4 do 19,7 cm, średnio 16,43 ( $\pm 0,67$ ) cm, a grubość od 3,1 do 4,2 cm, średnio 3,75 ( $\pm 0,42$ ) cm. Liczba łusek w szyszce wynosiła od 125 do 219, średnio 185 ( $\pm 7,60$ ). Wykazano istotną zależność między grubością i długością szyszek oraz liczbą łusek ( $n$ ), a tymi dwiema charakterystykami. Równania zależności liniowej i współczynniki determinacji podano poniżej.

$$d = 0,132 h + 1,571 \quad R^2 = 0,650 \quad (6)$$

Zwiększenie długości szyszki o 1 cm powodowało wzrost jej grubości o 1,3 mm.

$$n = 9,732 h + 25,06 \quad R^2 = 0,523 \quad (7)$$

Z równania (7) wynikało, że z każdym centymetrem przybywało około 10 łusek.

Masa zamkniętych, świeżych szyszek średnio wynosiła 105,91 ( $\pm 8,85$ ) g i zawierała się w zakresie od 48 do 142 g (tab. 1). Średnia wilgotność szyszek jodły tuż po zbiorze wynosiła średnio 110%.

Dla badanej partii szyszek gęstość wynosiła od 0,68 do 0,90 g·cm<sup>-3</sup>, średnio 0,81 ( $\pm 0,02$ ) g·cm<sup>-3</sup>.

**Tabela 1. Charakterystyczne parametry szyszek jodły pospolitej**  
 Table 1. Characteristic parameters of silver fir cones

Numer szyszki No. of cone	Długość	Odległość od podstawy	Współczynnik	Grubość	Liczba łusek	Masa	Objętość rzeczywista
	Lenght	Distance from the base	Coefficient	Thickness	Number of scales	Weight	Actual volume
	$h$	$h_1$	$\alpha = h_1/h$	$d$	$n$	$m$	$V_{rz}$
	cm	cm	-	cm	szt.	g	cm <sup>3</sup>
1	14,4	6,0	0,42	3,5	187	84,3	100
2	17,6	7,0	0,40	3,8	184	109,0	136
3	15,8	6,5	0,41	3,4	188	81,6	100
4	19,7	6,5	0,33	4,0	216	141,8	180
5	17,2	5,5	0,32	3,8	199	110,9	150
6	15,7	5,0	0,32	3,5	182	97,6	115

Numer szyszki No. of cone	Długość	Odległość	Współczynnik	Grubość	Liczba	Masa	Objętość
	Lenght	od podstawy	Coefficient	Thickness	lusek	Weight	rzeczywista
	$h$	Distance from the base	$\alpha=h_1/h$	$d$	Number of scales		Actual volume
	cm	$h_1$ cm	-	cm	szt.	g	$V_{rz}$ cm <sup>3</sup>
7	12,5	5,0	0,40	3,5	157	76,7	88
8	17,0	3,5	0,21	4,2	202	122,7	160
9	14,4	3,5	0,24	3,4	155	65,6	80
10	13,7	3,5	0,26	3,20	162	73,1	85
11	16,8	4,0	0,24	4,10	190	129,3	160
12	18,2	7,0	0,38	3,90	192	110,1	145
13	18,5	4,0	0,22	3,90	202	125,0	150
14	17,5	4,0	0,23	4,10	197	132,1	170
15	17,2	6,0	0,35	3,90	186	100,6	148
16	14,1	4,0	0,28	3,65	152	90,5	110
17	16,5	5,0	0,30	3,60	196	101,3	130
18	17,8	5,0	0,28	4,2	198	136,2	160
19	18,0	4,0	0,22	4,2	197	136,3	160
20	17,5	4,5	0,26	3,8	206	119,7	160
21	16,6	4,5	0,27	4,0	179	135,5	150
22	17,0	5,0	0,29	3,8	177	105,4	135
23	17,1	7,0	0,41	4,0	192	115,2	145
24	15,2	6,0	0,39	3,5	176	92,0	110
25	17,0	5,0	0,29	4,0	174	111,4	140
26	12,4	4,0	0,32	3,1	125	48,2	60
27	14,7	4,5	0,31	3,5	171	80,8	90
28	16,8	5,0	0,30	3,7	208	120,6	140
29	17,2	3,5	0,20	3,8	179	94,0	120
30	18,7	4,0	0,21	3,9	219	129,7	182
<b>Średnia</b> Mean	16,43	4,93	0,30	3,75	184,93	105,91	131,97
<b>Odchylenie</b> <b>standardowe</b> Standard deviation	1,79	1,12	0,07	0,29	20,36	23,70	31,67
<b>Min</b> Min	12,4	7,0	0,20	3,10	125	48,2	60
<b>Max</b> Max	19,7	3,5	0,42	4,20	219	141,8	182

$\alpha$ ,  $h_1$ ,  $h$  – jak na rycinie 2 / as in Figure 2

### 3.2. Powierzchnia i objętość zamkniętych szyszek

Po wielu próbach wybrano wielomian czwartego stopnia jako dobrze odwzorowujący kształt szyszek. Uzyskany współczynnik determinacji  $R^2$  zawierał się w granicach od 0,949 do 0,996, średnio 0,980. Ogólne równanie tworzącej kształtu szyszek ma postać:

$$y = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E, \quad (8)$$

gdzie  $x \in (0, h)$ .

Średnie, odchylenie standardowe, minimalne i maksymalne wartości współczynników od  $A$  do  $E$  podano w tabeli 2, a przykładowy przebieg zmian krzywej tworzącej dla szyszki na rycinie 3.

Wyznaczone równania tworzących poszczególnych szyszek pozwoliły na obliczenie pola powierzchni  $S_{obl}$  i objętości  $V_{obl}$  (tab. 3).

Duża zmienność współczynników  $A$ ,  $B$ ,  $C$  i  $E$  wielomianu dla poszczególnych szyszek powoduje, że mimo istotnych zależności od długości (równanie 9–12) i grubości nie ma możliwości praktycznego zastosowania wzoru do obliczenia objętości i pola powierzchni dowolnej szyszki jodły, gdy znane są jedynie jej podstawowe parametry ( $d$  i  $h$ ).

$$A = 5 \times 10^{-9}h - 1 \times 10^{-6} \quad R^2 = 0,718 \quad (9)$$

$$B = 1 \times 10^{-6}h + 3 \times 10^{-4} \quad R^2 = 0,677 \quad (10)$$

$$C = 7 \times 10^{-5}h - 0,026 \quad R^2 = 0,410 \quad (11)$$

$$E = 0,044h - 1,366 \quad R^2 = 0,423 \quad (12)$$

Dla współczynnika  $D$  nie wykazano istotnej zależności od długości ani grubości szyszki.

Wartości pola powierzchni szyszki ( $S_{obl}$ ), obliczone ze wzoru 1, wynosiły od 87,30 do 261,30  $\text{cm}^2$ , średnio 156,98 ( $\pm 14,11$ )  $\text{cm}^2$  a objętości ( $V_{obl}$ ), według wzoru 2, od 61,22 do 250,23  $\text{cm}^3$ , średnio 144,01 ( $\pm 17,13$ )  $\text{cm}^3$  (tab. 3).

Wartości pola powierzchni szyszki ( $S_w$ ) liczone według modelu obliczeniowego walca wynosiły od 121,05 do 247,56  $\text{cm}^2$ , średnio 194,91 ( $\pm 12,51$ )  $\text{cm}^2$  a objętości ( $V_w$ ) od 93,82 do 248,96  $\text{cm}^3$ , średnio 185,05 ( $\pm 16,38$ )  $\text{cm}^3$  (tab. 3).

Wartości współczynnika  $\alpha$ ,  $h_1$  dla poszczególnych szyszek, wykorzystywane w obliczeniach pola powierzchni  $S_s$  i objętości  $V_s$  stożka, podano w tabeli 1. Średnio współczynnik  $\alpha$  wynosi 0,30 ( $\pm 0,03$ ), a  $h_1$  – 4,93 ( $\pm 0,42$ ).

Wzory, według których wyliczono podane w tabeli 3 wartości objętości i pola powierzchni według modelu stożka, ale uwzględniające współczynnik  $\alpha$ , przedstawiają równania 13 i 14. Podane stałe wynikają z przeliczenia równań 3–5.

$$V_s = 0,534 \cdot d^2 \cdot h \quad (13)$$

$$S_s = 1,602 \cdot d \cdot \sqrt{d^2 + 1,96 \cdot h^2} \quad (14)$$

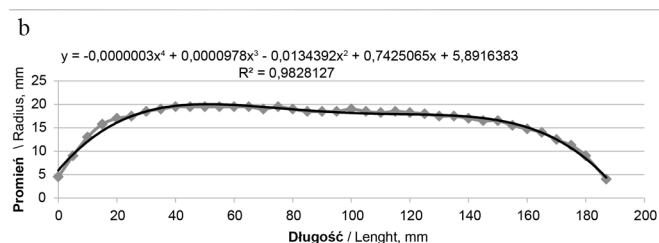
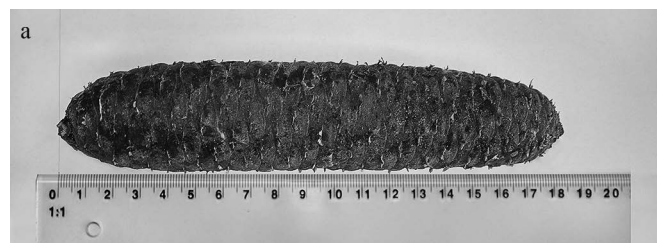
Pole powierzchni szyszki ( $S_s$ ) wynosiło od 87,78 do 178,58  $\text{cm}^2$ , średnio 140,99 ( $\pm 9,01$ )  $\text{cm}^2$  a objętość ( $V_s$ ) od 63,79 do 169,27  $\text{cm}^3$ , średnio 125,82 ( $\pm 11,13$ )  $\text{cm}^3$  (tab. 3).

Wyniki objętości rzeczywistej ( $V_{rz}$ ) podano w tabeli 1. Średnia objętość rzeczywista wynosiła 131,97 ( $\pm 11,84$ )  $\text{cm}^3$ , od 60 do 182  $\text{cm}^3$ . Obliczono zależność objętości rzeczywistej od długości i grubości szyszek (15 i 16). Wzrost długości

**Tabela 2. Wartości statystyczne współczynników A÷E równania kształtu**

Table 2. Statistical values of coefficients A÷E form of the equation

Parametr Parameter	A	B	C	D	E
<b>Średnia</b> Mean	-0,00000038	0,0001245	-0,014904	0,752157	5,9349
<b>Odchylenie standardowe</b> Standard deviation	0,00000012	0,0000254	0,001875	0,062385	1,2206
<b>Minimum</b> Minimum	-0,00000070	0,0000850	-0,019570	0,602319	3,6540
<b>Maksimum</b> Maximum	-0,00000020	0,0001810	-0,011298	0,882000	8,6000



**Rycina 3. Szyszka jodły pospolitej: a – widok ogólny, b – wykres krzywej tworzącej**

Figure 3. Cone silver fir: a – general view, b – cone outline data visualization

o 1 cm powodował wzrost objętości rzeczywistej o blisko 16 cm<sup>3</sup>, a w przypadku grubości – o około 97 cm<sup>3</sup>.

$$V_{rz} = 16,2 \cdot h - 133,5 \quad R^2=0,829 \quad (15)$$

$$V_{rz} = 97,5 \cdot d - 233,9 \quad R^2=0,817 \quad (16)$$

Obliczone trzema sposobami wartości pola powierzchni i objętości przyrównano do wartości rzeczywistych. Średnia wartość wskaźnika  $k_1$  określającego stosunek objętości obliczonej  $V_{obl}$  do zmierzonej  $V_{rz}$  wynosiła 1,08 ( $\pm 0,07$ ). Duża zgodność objętości obliczonej ( $V_{obl}$ ), według funkcji wielomianu czwartego stopnia, z wartością zmierzona dla szyszki ( $V_{rz}$ ) pozwoliła stwierdzić, że i powierzchnia  $S_{obl}$  obliczona tą metodą jest dobrym przybliżeniem wartości rzeczywistej.

Wartości badanych wskaźników opisujących stosunki badanych wielkości:  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  oraz  $k_5$  podano w tabeli 3.

Wartość wskaźnika  $k_2$ , będącego stosunkiem objętości obliczonej z modelu walca ( $V_w$ ) do objętości zmierzonej ( $V_{rz}$ ), zawierała się w granicach od 1,23 do 1,63, średnio 1,41 ( $\pm 0,04$ ). Była ona dużo wyższa niż wartość  $k_1$ , co świadczy o istotnych różnicach między wartościami obliczonymi według modelu walca a wartościami zmierzonymi.

Chcąc zastosować model walca do obliczenia objętości faktycznej ( $V_{wf}$ ), należy otrzymane wartości pomnożyć przez 0,709 (równanie 17), a przy obliczaniu pola powierzchni ( $S_{wf}$ ) przez wartość 0,810 wynikającą z zależności  $S_w$  i  $S_{obl}$  ( $k_4$ ).

$$V_{wf} = V_w / k_2 = V_w / 1,41 = V_w \cdot 0,709 \quad (17)$$

Przeliczone wartości faktyczne dla pola powierzchni  $S_{fw}$  i objętości  $V_{fw}$  średnio wynoszą 157,88 ( $\pm 10,13$ ) cm<sup>2</sup> i 131,20 ( $\pm 11,61$ ) cm<sup>3</sup>. Graficzne porównanie badanych wielkości (pola powierzchni i objętości) pokazano na rycinie 4.

**Tabela 3. Pole powierzchni i objętość oraz wskaźniki zgodności dla badanych szyszek jodły pospolitej**

Table 3. Surface area and volume, and compliance rates for the tested silver fir cones

Nr szyszki No. of cone	Pole po- wierzchni		Pole po- wierzchni		Pole po- wierzchni		Wskaźnik zgodności				
	Surface area	Objętość Volume	Surface area	Objętość Volume	Surface area	Objętość Volume	Compliance rates				
	$S_{obl}$ cm <sup>2</sup>	$V_{obl}$ cm <sup>3</sup>	$S_w$ cm <sup>2</sup>	$V_w$ cm <sup>3</sup>	$S_s$ cm <sup>2</sup>	$V_s$ cm <sup>3</sup>	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$
1	122,56	91,66	155,97	134,52	112,97	91,46	0,92	1,35	0,91	0,79	1,08
2	168,91	137,42	208,77	197,28	150,79	134,14	1,01	1,45	0,99	0,81	1,12
3	141,98	106,41	168,77	143,45	121,90	97,53	1,06	1,43	0,98	0,84	1,16
4	261,30	250,23	247,56	247,57	178,58	168,32	1,39	1,38	0,94	1,06	1,46
5	171,49	140,44	202,75	190,08	146,49	129,24	0,94	1,27	0,86	0,85	1,17
6	134,66	101,17	172,08	150,57	124,41	102,37	0,88	1,31	0,89	0,78	1,08
7	111,59	84,23	136,99	119,18	99,70	81,03	0,96	1,35	0,92	0,81	1,12
8	181,47	162,89	222,03	230,36	160,89	156,62	1,02	1,44	0,98	0,82	1,13
9	114,80	80,45	153,39	130,38	111,06	88,64	1,01	1,63	1,11	0,75	1,03
10	124,53	93,04	137,73	110,18	99,68	74,91	1,09	1,30	0,88	0,90	1,25
11	193,33	203,28	216,52	221,93	156,90	150,90	1,27	1,39	0,94	0,89	1,23
12	191,33	196,84	222,99	217,42	161,05	147,82	1,36	1,50	1,02	0,86	1,19
13	189,08	159,52	226,67	221,00	163,64	150,26	1,06	1,47	1,00	0,83	1,16
14	149,40	155,77	224,77	230,38	162,71	156,64	0,92	1,36	0,92	0,66	0,92
15	188,14	173,41	210,74	205,47	152,41	139,70	1,17	1,39	0,94	0,89	1,23
16	135,55	108,42	162,14	147,95	117,70	100,60	0,99	1,35	0,91	0,84	1,15
17	198,22	197,77	186,05	167,44	134,43	113,84	1,52	1,29	0,88	1,07	1,47
18	185,87	175,48	231,68	240,37	167,68	163,43	1,10	1,50	1,02	0,80	1,11
19	143,63	140,93	237,11	248,96	171,62	169,27	0,88	1,56	1,06	0,61	0,84

Nr szyszki No. of cone	Pole po- wierzchni Surface area	Objętość Volume	Pole po- wierzchni Surface area	Objętość Volume	Pole po- wierzchni Surface area	Objętość Volume	Wskaźnik zgodności Compliance rates				
	$S_{obl}$	$V_{obl}$	$S_w$	$V_w$	$S_s$	$V_s$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$
	cm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup>	cm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup>	cm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup>	-	-	-	-	-
20	159,88	131,51	209,04	198,58	151,01	135,02	0,82	1,24	0,84	0,76	1,06
21	202,95	223,18	208,10	208,10	150,76	141,49	1,49	1,39	0,94	0,98	1,35
22	180,11	170,80	202,95	192,80	146,72	131,09	1,27	1,43	0,97	0,89	1,23
23	159,19	161,83	215,14	215,14	155,71	146,27	1,12	1,48	1,01	0,74	1,02
24	150,80	135,62	164,96	142,28	119,30	96,74	1,23	1,29	0,88	0,91	1,26
25	178,29	167,16	210,96	208,32	152,66	141,64	1,19	1,49	1,01	0,85	1,17
26	93,62	61,22	121,05	93,82	87,78	63,79	1,02	1,56	1,06	0,77	1,07
27	117,20	79,57	159,76	137,79	115,64	93,69	0,88	1,53	1,04	0,73	1,01
28	152,86	131,86	195,75	181,07	141,45	123,11	0,94	1,29	0,88	0,78	1,08
29	87,30	124,82	205,45	195,18	148,49	132,71	1,04	1,63	1,11	0,42	0,59
30	119,48	173,21	229,61	223,87	165,72	152,21	0,95	1,23	0,84	0,52	0,72
<b>Średnia</b> Mean	156,98	144,01	194,91	185,05	140,99	125,82	1,08	1,41	0,96	0,81	1,12
<b>Odchylenie</b> <b>standardowe</b> Standard deviation	37,78	45,88	33,49	43,86	24,12	29,82	0,19	0,11	0,08	0,13	0,19
<b>Min</b> Min	87,30	61,22	121,05	93,82	87,78	63,79	0,82	1,23	0,84	0,42	0,59
<b>Max</b> Max	261,30	250,23	247,56	248,96	178,58	169,27	1,52	1,63	1,11	1,07	1,47

$S_{obl}, V_{obl}$  – pole powierzchni i objętość szyszki ze wzoru (1) / Surface area and volume of cones according to formula 1

$S_w, V_w$  – pole powierzchni i objętość szyszki wg modelu walca / Surface area and volume of cones according to cylinder model

$S_s, V_s$  – pole powierzchni i objętość szyszki wg modelu stożka / Surface area and volume of cones according to cone model

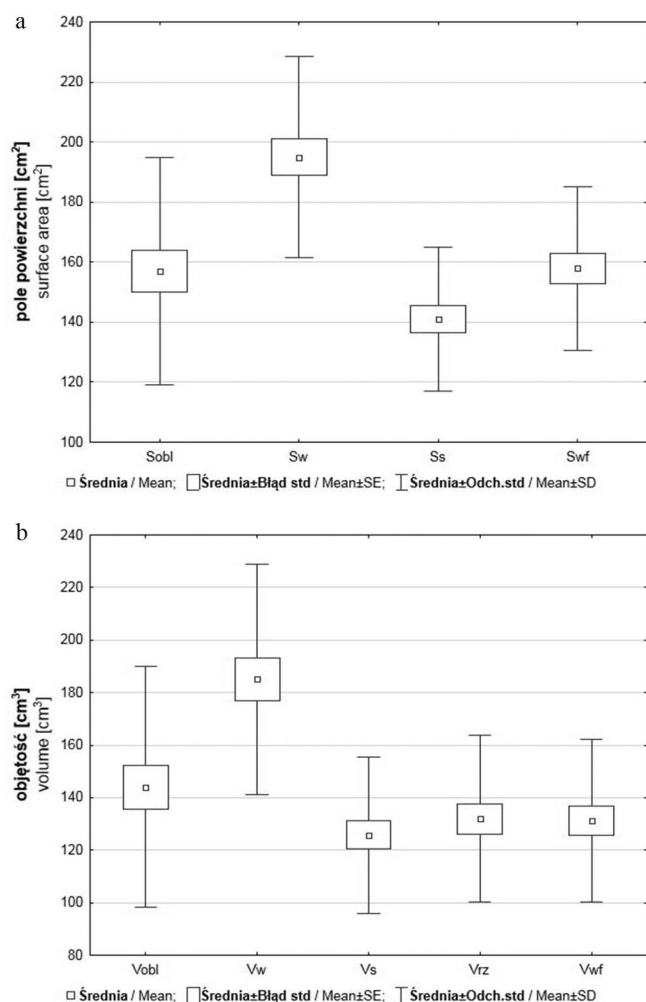
Stosując analizę wariancji, wykazano istotną różnicę między  $S_w$  a pozostałymi polami powierzchni oraz między  $S_w$  a  $S_s$  ( $p=0,013$ ) i  $S_w$  ( $p<0,05$ ). W przypadku porównań wartości objętości wykazano istotną różnicę między  $V_w$  a wszystkimi innymi badanymi modelami obliczeniowymi objętości dla  $p<0,05$ . Istotne zależności dla tych wielkości potwierdził też test jednorodności wariancji Levene'a, wykonany dla badanych modeli obliczeniowych. Wykazano, że wartości objętości i pola powierzchni mają rozkład normalny.

Wartość wskaźnika  $k_3$  średnio wynosiła 0,96 ( $\pm 0,03$ ). Wartość objętości liczonej z modelu stożka (równanie 14) była mniejsza o blisko 5% od rzeczywistej objętości  $V_{rz}$ . Z kolei wskaźnik  $k_5$  średnio wynosił 1,12 ( $\pm 0,07$ ). Pole powierzchni liczone według zmodyfikowanego modelu stożka (równanie 13) było średnio mniejsze o 8% od pola powierzchni  $S_{obl}$  uznanego jako rzeczywiste.

## 4. Dyskusja

Porównując wyniki parametrów zewnętrznych badanych szyszek jodły, zauważono, że mieszczą się one w granicach podawanych przez innych autorów (Barzdajn 2009). Najbardziej zbliżone były do parametrów uzyskanych przez Nanu (1977) dla szyszek jodły z Rumunii, które miały długość od 7,0 do 19,5 cm, a grubość od 2,9 do 4,6 cm. Podobne wyniki podała także Kočova (1974), opisując szyszki ze Słowacji.

Dziękując znajomości długości i grubości szyszki można obliczyć pole powierzchni i objętośc szyszki zamkniętej. Zaproponowany model wielomianu czwartego stopnia posłużył jedynie do opisu kształtu szyszki i do obliczenia pola powierzchni oraz objętości konkretnych szyszek. Próba zastosowania go do innych szyszek z partii, przy wykorzystaniu uśrednionych wartości współczynników równania  $A, B,$



**Rycina 4. Porównanie wartości średnich, błędów standardowych i odchyłeń standardowych dla badanych modeli obliczeniowych: a – pola powierzchni, b – objętości:  $S_{obl}$ ,  $V_{obl}$  – liczone ze wzoru 1 i 2,  $S_w$ ,  $V_w$  – liczone według wzoru na walec,  $S_s$ ,  $V_s$  – liczone według wzoru na stożek (13, 14),  $S_{wfp}$ ,  $V_{wfp}$  – liczone według wzoru na walec z uwzględnieniem stałej**

Figure 4. Comparison of mean values, standard errors and standard deviations for the test computational models: a – surface area, b – volume:  $S_{obl}$ ,  $V_{obl}$  – calculated from the formula 1 and 2,  $S_w$ ,  $V_w$  – calculated according to the formula on the cylinder,  $S_s$ ,  $V_s$  – calculated according to the formula on a cone (13, 14),  $S_{wfp}$ ,  $V_{wfp}$  – calculated according to the formula for the inclusion of a fixed cylinder

C, D, E, nie powiodła się, gdyż dawała znacznie zawyżone wyniki. Zaproponowany drugi i trzeci sposób obliczania pola powierzchni i objętości szyszki jodły za pomocą walca czy stożka okazał się bardziej przydatny. Wartości objętości obliczone przy użyciu modelu pierwszej z wymienionych brył należało pomnożyć przez stałą 0,709. Po przeliczeniu otrzymane wartości objętości ( $V_{wfp}$ ) porównano z wartościami rzeczywistymi objętości, wyznaczonymi za pomocą metody hydrometrycznej ( $V_{rz}$ ). Przeciętnie stosunek tych wielkości równy był 1,00 ( $\pm 0,03$ ), co świadczy o poprawnie dobranym modelu. Z kolei aby pole powierzchni zamkniętej szyszki, obliczone za pomocą wzoru na walec ( $S_w$ ), było porównywalne do wartości pola powierzchni obliczonej według funkcji

wielomianu czwartego stopnia ( $S_{obl}$ ), powinno być pomnożone przez stałą równą 0,810. W wyniku tego, proporcja obliczonych pól wynosiła średnio 1,04 ( $\pm 0,08$ ).

Badania prowadzone dla innych gatunków, tj. sosny zwyczajnej i świerka pospolitego, określiły sposób obliczania pola powierzchni i objętości ze wzoru na stożek (Aniszewska 2001; Gawart, Mikłaszewicz 2000). Wartości pola powierzchni i objętości dla szyszek jodły pospolitej liczone według tej metody w porównaniu do powierzchni obliczonej według funkcji wielomianu czwartego stopnia i objętości rzeczywistej były mniejsze odpowiednio o 8 i 5% ( $k_s$ ,  $k_3$ ). Porównując, dla świerka pospolitego wartości pola powierzchni różniły się o 5%, a wartości objętości o 10% (Aniszewska 2001).

Badane parametry szyszek jodły, tj. długość, grubość, masa, wilgotność, ich pole powierzchni, objętość oraz gęstość, mogą być wykorzystane przy programowaniu cieplnych procesów łuszczenia w szafach łuszcarskich w warunkach gospodarczych, dla pozyskania dobrych jakościowo nasion.

## 5. Wnioski

1. Kształt szyszek jodły pospolitej dość dokładnie opisuje krzywa będąca wielomianem czwartego stopnia. Jednakże ze względu na zbyt duże różnice w stosunku do wartości rzeczywistych otrzymanych współczynników dla tego wielomianu nie można ich uśrednić i wykorzystać do obliczenia objętości oraz pola powierzchni dowolnej szyszki, pomimo istotnej zależności od długości i grubości szyszki (poza współczynnikiem  $D$ ).

2. Ogólnym modelem obliczeniowym opisującym pole powierzchni i objętość szyszek jodły pospolitej może być wzór na walec lub stożek. Wartości objętości wyliczone za pomocą wzoru na walec należy pomnożyć przez wartość stałą, wynoszącą 0,709, a w przypadku pola powierzchni – przez 0,810. Natomiast wykorzystując wzór na stożek, należy wprowadzić do opisu współczynnik  $\alpha=0,3$ . Analiza wyników wykazała, że po wprowadzeniu współczynnika  $\alpha$  pola powierzchni i objętości różniły się tylko odpowiednio o 8 i 5% od rzeczywistych wartości.

## Konflikt interesów

Autorki deklarują brak potencjalnych konfliktów.

## Podziękowania i źródła finansowania

Badania zostały sfinansowane ze środków własnych Wydziału Inżynierii Produkcji Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie.

## Literatura

- Aniszewska M. 2001. Zmienność podstawowych parametrów szyszki świerka. *Sylvan* 145(6):87–93.
- Ballian D., Čabaravdić A. 2005. Međupopulacijska varijabilnost nekih morfoloških svojstava obične jele (*Abies alba* Mill.) iz središnje Bosne. *Radovi Šumarskog Instituta, Jastrebarsko* 40(1): 5–18.

- Barzdajn W. 1996. Ocena wartości diagnostycznej morfologicznych cech szyszek świerka pospolitego [*Picea abies* (L.) Karst.] w celu wyróżnienia jego proveniencji. *Sylwan* 140(9): 61–75.
- Barzdajn W. 2009. Adaptacja różnych pochodzeń jodły pospolitej (*Abies alba* Mill.) do warunków Sudetów. *Leśne Prace Badawcze* 70(1): 49–58. DOI 10.2478/v10111-009-0005-2.
- Bednarek T. 2002. Zmienność osobnicza jodły (*Abies alba* Mill.) w lasach zarządzanych przez Regionalną Dyрекcyję lasów Państwowych we Wrocławiu. *Zeszyty Naukowe Akademii Rolniczej im H. Kollątaja w Krakowie* 339:181–195.
- Bis R., Dobrowolska D. 2012. Występowanie jodły pospolitej (*Abies alba* Mill.) w Puszczy Iłżeckiej. [Silver fir (*Abies alba* Mill.) occurrence in south-eastern part of Iłżecka Forest]. *Leśne Prace Badawcze* 73(4):273–282. DOI 10.2478/v10111-012-0026-0.
- Boratyński A. 1983. Systematyka i geograficzne rozmieszczenie jodły, w: Jodła pospolita (*Abies alba* Mill.), (red.S. Białobok). PWN, Warszawa–Poznań, 41–86.
- Buraczyk W. 2009. Morphological changeability of cones of Norway spruce [*Picea abies* (L.) Karst.] in the Białowieża Forest. *Folia Forestalia Polonica, series A*: 51(2):154–160.
- Gawart B., Mikłaszewicz M. 2000. Modele matematyczne kształtu szyszek sosny i świerka. *Przegląd Techniki Rolniczej i Leśnej* 2:20–22.
- Gudeski A. 1966. Morfologija na semeto i na šiřarkite na elata (*Abies alba* Mill.) od nacionalniot park „Risnank”. *God. Zborn. Zemj. – řum. Fak. Univ. Skopje* 19:187–215.
- Gunia S., Kowalski M. 1968. Jodła pospolita (*Abies alba* Mill.) w Puszczy Białowieskiej. *Sylwan* 112(3):59–66.
- Gunia S. 1986. Próba oceny wartości genetycznej i hodowlanej jodły pospolitej (*Abies alba* Mill.) z Sudetów i Karpat polskich. *Sylwan* 130(2–3): 83–92.
- Illoul-Hachi M., Derridj A., Fady B. 2015. Efficiency of seed production and cone size of *Abies numidica* De Lannoy in the plantation in Algeria. *International Journal of Research in Applied, Natural and Social Sciences* 3(7): 9–16.
- Instrukcji gromadzenia i przechowywania zasobów genowych. 2007. Leśny Bank Genów Kostrzyca.
- Jaworski A., Paluch J. 2007. Charakterystyka cech morfologicznych jodeł w drzewostanach o strukturze przerębowej Beskidów Zachodnich. *Leśne Prace Badawcze* 3:7–13.
- Kobliha J., řkorpik P., Stejskal J., řeřka P. 2014. Hybridization results using the hybrid *Abies cilicica* × *Abies cephalonica*. *Acta Scientiarum Polonorum, Hortorum Cultus* 13(4): 23–31.
- Kořiová M. 1974. Dedivost’plodovJedlebielej (*Abies alba* Mill.) na Slovensku. *Acta Musei Silesiae, Series Dendrologia (Opava)* 23: 171–179.
- Kulej M., Skrzyszewska K. 1996. Wstępna ocena zmienności szyszek świerka istebniańskiego na przykładzie wybranych drzewostanów nasiennych Nadleśnictwa Wisła. *Sylwan* 140(5): 105–120.
- Nanu N. 1977. Contributii la biometriaconurilor de brad (*Abies alba* Mill.). *Revista Pădurilor* 92(3): 140–147.
- Politi P.I., Georghiou K., Arianoutsou M. 2011. Reproductive biology of *Abies cephalonica* Loudon in Mount Aenos National Park, Cephalonia, Greece. *Trees* 25: 655–668. DOI 10.1007/s00468-011-0542-1.
- Sabor J., Skrzyszewska K., Banach J. 1999. Ogólnopolskie Doświadczenie Proveniencyjne Jd PL 86/90. Powierzchnia porównawcza z jodłą pospolitą w Nadleśnictwie Baligród. *Zeszyty Naukowe Akademii Rolniczej w Krakowie* 61:263–280.
- Schütt P. 1991. Tannenarten Europas und Kleinasien. Verlag Birkhäuser, Basel
- Statistica 10. 2011. Start Soft. www.statsoft.com.
- Sugiero D. 2005. Jodła pospolita (*Abies alba* Mill.) w drzewostanach zespołu żyznej buczyny karpackiej (*Dentarioglandulosae-Fagetum*). *Sylwan* 149(11):42–49.
- Suszka B. 1983. Rozmnażanie generatywne, w: Jodła pospolita *Abies alba* Mill. (red. S. Białobok).PWN, Warszawa–Poznań.
- Szeligowski H., Bolibok L., Buraczyk W., Drozdowski S. 2011. Analiza wybranych cech jodły pospolitej (*Abies alba* Mill.) na powierzchni proveniencyjnej w Rogowie. [Characteristics of silver fir (*Abies alba* Mill.) in a provenance trial in Rogów]. *Leśne Prace Badawcze* 72(3): 225–231. DOI10.2478/v10111-011-0022-9.
- Tracz M., Barzdajn W. 2007. The morphological traits of cones and seeds of *Abies alba* in Middle Sudeten. *Dendrobiology* 58: 59–65.
- Tyszkiewicz S. 1949. Nasiennictwo Leśne. Instytut Badawczy Leśnictwa, Seria D. nr 2, 358.
- Wilczkiewicz M. 1976. Jodła pospolita (*Abies alba* Mill.) w Sude tach. *Sylwan* 120(1): 69–80.
- Załęski A. (red.) 1995. Nasiennictwo leśnych drzew i krzewów iglastych. Oficyna Edytorska Wydawnictwo Świat. Warszawa, 180.

## Wkład autorów

M.A. – koncepcja, przegląd literatury, metodyka, pomiary, opracowanie wyników, opracowanie statystyczne, wnioski, pisanie manuskryptu, korekta; U.B. – przegląd literatury, pomiary, korekta.

## Variability of silver fir (*Abies alba* Mill.) cones – variability of cone parameters

Monika Aniszewska\* , Urszula Błuszkowska

Warsaw University of Life Sciences – SGGW, Faculty Of Production Engineering, Department of Agricultural and Forestry Machinery,  
ul. Nowoursynowska 164, 02–776 Warszawa, Poland

\*Tel. +48 22 5934520, e-mail: monika\_aniszewska@sggw.pl

**Abstract.** This study aimed at determining the shape of closed silver fir cones from the Jawor Forest District (Wrocław), based purely on measurements of their length and thickness. Using these two parameters, the most accurate estimations were achieved with a fourth-degree polynomial fitting function. We then calculated the cones' surface area and volume in three different ways: 1) Using the fourth-degree polynomial shape estimation, 2) Introducing indicators of compliance ( $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ) to calculate the volume and then comparing it to its actual value as measured in a pitcher filled with water, 3) Comparing the surface area of the cones as calculated with the polynomial function to the value obtained from ratios of indicators of compliance (ratios  $k_4$  and  $k_5$ ). We found that the calculated surface area and volume were substantially higher than the corresponding measured values. Test values of cone volume and surface area as calculated by our model were 8% and 5% lower, respectively, compared to direct measurements. We also determined the fir cones apparent density to be 0.8 g·cm<sup>-3</sup> on average. The gathered data on cone surface area, volume and bulk density is a valuable tool for optimizing the thermal peeling process in mill cabinets to acquire high quality seeds.

**Keywords:** cone, scales, area, volume, shape

### 1. Introduction

Silver fir (*Abies alba* Mill.) grows in southern and middle Poland, reaching its northern limit of distribution. This species is most numerous in Karpaty Mountains on a height of 500–1100 m a.s.l., in Sudetes, Świętokrzyskie Mountains and on Roztocze (Gunia, Kowalski 1968; Wilczkiewicz 1976; Gunia 1986; Sabor et al. 1999; Barzdajn 2009; Bednarek 2002; Sugiery 2005; Szeligowski et al. 2011; Bis, Dobrowolska 2012).

When grown in canopy, the Silver fir bears seeds at the age of 70 years, and in open spaces – at the age of around 30 years (Załęski 1995). This species bears seeds every 3–4 years. Ripe cones of Silver fir are grey-brown, have a length of 10–17 cm and a thickness 3–5 cm (Tyszkiewicz 1949; Boratyński 1983; Suszka 1983; Schütt 1991; Tracz, Barzdajn 2007; Jaworski, Paluch 2007). Authors Gudeski (1966), Kočiová (1974), Nanu (1977) or Ballianand Čabaravdić (2005) have written about the parameters of cones and seeds of fir from other regions. The fir's cones grow vertically on branches, and after ripening, they fall apart into scales and seeds. The scales and seeds fall down on soil and the axis remains on the tree.

Cones are collected from standing trees by hand before they fully ripen. Obtaining the fir's seeds from cones does not involve using high temperatures and special peeling devices like in the case of common spruce (*Picea abies* (L.) H. Karst), Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) or European larch (*Larix decidua* Mill.). According to the instructions of collection and storage of gene resources (Forest Gene Bank in Kostrzyca 2007), the cones should be placed in boxes with perforated bottoms in a ventilated hall with a temperature of 20°C. Cones, during storage are raked, and they dry and fall apart partially into scales, seeds and axes. Finally, the material is subjected to crushing and then separation in a seed drum sieve. The process of fir's cones peeling can be mechanized, but in order to do so, besides acquaintance of temperature conditions, acquaintance of the cones' structure is needed.

The authors, in a few publications, have described the external parameters of cones and scales, the mass of the seeds or their wings, their mutual dependence (Politi et al. 2011; Jaworski, Paluch 2007; Illoul-Hachi et al. 2015), and also the influence of environment on population or hybrids (Kobliha et al. 2014). In the publications, the parameters of cones of other species were

Submitted: 21.11.2015, reviewed: 10.03.2016, accepted after revision: 22.04.2016.

described in detail, inter alia, common spruce (Kulej, Skrzyżewska 1996), along with showing the dependence between their dimensions (Barzdajn 1996) and the environment from which the material came (Illoul-Hachi et al. 2015). Buraczyk (2009), in studies on cones of common spruce, drew attention to the influence of cones' size and scales' location on the speed of opening of the cones and the seed's release.

The aim of this research was to make an attempt to establish the shape of the cones and to elaborate the most accurate model for the calculation of surface and volume of closed cones of Silver fir. The knowledge of the described parameters can help in the optimization of conditions for peeling realization, while taking into account the biological characteristics of the seeds.

## 2. Material and methods

In this research, we used closed cones of Silver fir that were collected in the economic seed stands in Jawor Forest Inspectorate (Regional Directorate of State Forests in Wrocław) from 751 regions of the origin.

For each of the 30 randomly chosen cones (Fig. 1), we measured length ( $h$ ), thickness – the largest diameter of cone



Figure 1. View of the investigated silver fir cones (fot. M. Aniszewska)

(d), mass ( $m$ ) and number of scales ( $n$ ). The average humidity of cones was evaluated.

A slide calliper was used for the measurement of length and thickness of closed cones and a laboratory scale WPS 600 was used for the measurement of mass. The accuracy of length and thickness measurement amounted 0.1 cm, and the accuracy of mass measurement was 0.1 g.

On the base of length measurement and diameter additionally measured sequentially every 5 mm, calculated was surface area of each cone. Closed cones were treated as having a lathed shape. The generatrix of the external surface was outlined. The distance of location of cross-section from the base of the cone was adopted as a zero point of the system of coordinates (Aniszewska 2001). The coordinates of location of cross-section and the radius designed for each cone were the base for approximation of the equation, defying the generatrix of the cone's external surface.

The shape function  $y = f(x)$  was constant and non-negative on the whole length of the cone ( $h$ ), therefore the surface area ( $S_{obl}$ ) could be calculated with the use of formula (1):

$$S_{obl} = 2 \cdot \pi \int_a^b y dL = 2 \cdot \pi \int_0^h y \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \quad (1)$$

where:

$dL$  – differentia of the shape function

By taking into consideration the fact that the area of the base of this entity was small, we assumed that the side surface was equal to the cone's external surface.

Volume of the cone ( $V_{obl}$ ) was designed using the formula (2):

$$V_{obl} = \pi \int_0^h y^2 dx \quad (2)$$

The external surface and volume of the examined cones was also calculated by using the commonly known formulas for side area and volume of cylinder ( $S_w, V_w$ ) and cone ( $S_s, V_s$ ), where  $d$  is the diameter of cone at the thickest point,  $h$  is the length of cone and  $l$  – is the generatrix of cone (Fig. 2).

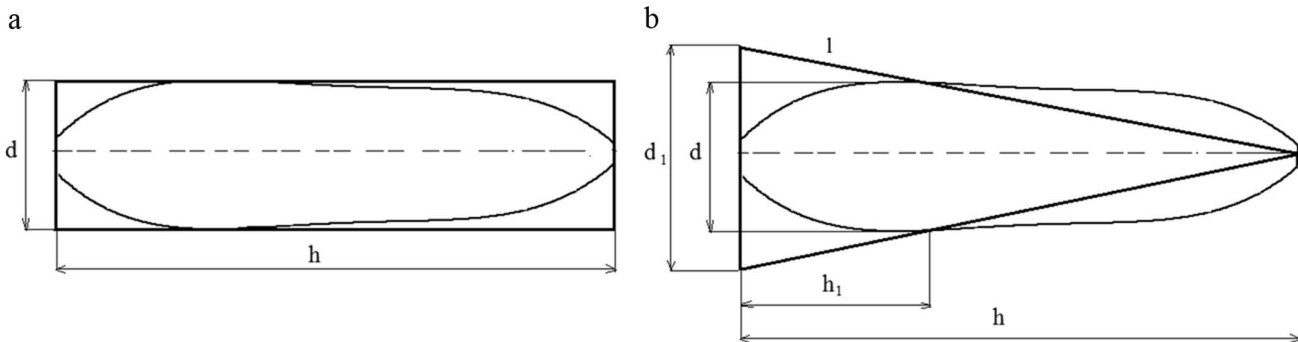


Figure 2. Geometric models mapping the shape of silver fir cones: a – cylinder, b – cone

In order to calculate the examined values more precisely, it was proposed to introduce a coefficient  $\alpha$  to the formulas for area surface  $S_s$  (3) and volume  $V_s$  (5) of the cone. Coefficient  $\alpha$  was equal to ratio of  $h_1$  and  $h$  (Aniszewska 2001). Symbol  $h_1$  is the distance from the cone's base to the location of cross-section of its maximum diameter (Table 1). The generatrix of cone-1 is a straight line drawn from the apex through point  $d$  defying the maximum diameter, and  $d_1$ —the diameter of the base of the cone (Fig. 2b).

$$S_s = \pi \cdot \frac{d_1}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + h^2} \quad (3)$$

where:

$S_s$ — surface area calculated from a cone,  
 $d_1$ ,  $h$ — as given in Figure 2

The geometrical dependence indicates that:

$$r_1 = h \frac{r}{h - h_1} = \frac{r}{1 - \alpha} \quad (4)$$

where:

$r_1$ — radius of the cone base,  
 $r$ — cone's radius.

$$V_s = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 \cdot h \quad (5)$$

where:

$V_s$ — volume of the cone calculated from a cone.

Additionally, we measured the cone's actual volume ( $V_{rz}$ ). For measurement, a measuring cylinder filled with water was used. The volume of the supplanted liquid was adopted as the cone's volume. The measurements were made with accuracy to 1000 mm<sup>3</sup>. The density of cones was calculated as a quotient of mass and actual volume.

For comparison of the calculated volume values, indicators of compliance were introduced according to models with actual volume:  $k_1 = V_{obl} / V_{rz}$ ,  $k_2 = V_w / V_{rz}$ ,  $k_3 = V_s / V_{rz}$ ,  $k_4 = S_{obl} / S_w$ ,  $k_5 = S_{obl} / S_s$ .

Descriptive statistics (Statistica 2011) were made for external parameters. The mean value, length of half-interval con-

fidence for mean and minimum and maximum for standard deviation were defined. The average surface area and volume were compared with the F- test of variance analysis. Homogeneity of variance (Levene's test) and correspondence with normal distribution was also tested. For testing the normality of distribution of dependent variable, Shapiro-Wilk test was used. All analysis were made on significance level  $\alpha = 0.05$ .

### 3. Research results

#### 3.1. Characteristic parameters of cones

The length ( $h$ ) and thickness values ( $d$ ) of examined cones of Silver fir are given in Table 1. The length of cones ranged from 12.4 to 19.7, having an average of 16.43 ( $\pm 0.67$ ) cm. The thickness ranged from 3.1 to 4.2, with an average of 3.75 ( $\pm 0.42$ ) cm. The number of scales in a cone amounted from 125 to 219, average being 185 ( $\pm 7.60$ ). A significant dependence between thickness and length of cones, number of scales ( $n$ ) and those two characteristics was showed. Equations of linear correlation and coefficients of determination are given below.

$$d = 0.132 h + 1.571 \quad R^2 = 0.650 \quad (6)$$

Increase of length of cone by 1 cm caused an increase in its volume by 1.3 mm.

$$n = 9.732 h + 25.06 \quad R^2 = 0.523 \quad (7)$$

Equation (7) indicated that with each centimetre there were 10 more scales.

The mass of closed, fresh cones amounted to an average of 105.91 g ( $\pm 8.85$ ) and ranged from 48 to 142 g (Table 1). Average humidity of Silver fir cone's right after harvesting amounted to an average of 110%.

Density of the examined part of cones amounted from 0.68 to 0.90 g·cm<sup>-3</sup>, having an average of 0.81 g·cm<sup>-3</sup> ( $\pm 0.02$ ).

#### 3.2. Surface and volume of closed cones

After many trials, the fourth-degree polynomial was chosen as the best representative of the shape of cones. The determination coefficient  $R^2$  obtained ranged from 0.949 to

**Table 1.** Characteristic parameters of silver fir cones

No. of cone	Length	Distance from the base	Coefficient	Thickness	Number of scales	Weight	Actual volume
	$h$	$h_1$	$\alpha = h_1/h$	$d$	$n$	$m$	$V_{rz}$
	cm	cm	-	cm	szt.	g	cm <sup>3</sup>
1	14.4	6.0	0.42	3.5	187	84.3	100
2	17.6	7.0	0.40	3.8	184	109.0	136

No. of cone	Lenght	Distance from the base	Coefficient	Thickness	Number of scales	Weight	Actual volume
	$h$	$h_1$	$\alpha=h_1/h$	$d$	$n$	$m$	$V_{rz}$
	cm	cm	-	cm	szt.	g	cm <sup>3</sup>
3	15.8	6.5	0.41	3.4	188	81.6	100
4	19.7	6.5	0.33	4.0	216	141.8	180
5	17.2	5.5	0.32	3.8	199	110.9	150
6	15.7	5.0	0.32	3.5	182	97.6	115
7	12.5	5.0	0.40	3.5	157	76.7	88
8	17.0	3.5	0.21	4.2	202	122.7	160
9	14.4	3.5	0.24	3.4	155	65.6	80
10	13.7	3.5	0.26	3.20	162	73.1	85
11	16.8	4.0	0.24	4.10	190	129.3	160
12	18.2	7.0	0.38	3.90	192	110.1	145
13	18.5	4.0	0.22	3.90	202	125.0	150
14	17.5	4.0	0.23	4.10	197	132.1	170
15	17.2	6.0	0.35	3.90	186	100.6	148
16	14.1	4.0	0.28	3.65	152	90.5	110
17	16.5	5.0	0.30	3.60	196	101.3	130
18	17.8	5.0	0.28	4.2	198	136.2	160
19	18.0	4.0	0.22	4.2	197	136.3	160
20	17.5	4.5	0.26	3.8	206	119.7	160
21	16.6	4.5	0.27	4.0	179	135.5	150
22	17.0	5.0	0.29	3.8	177	105.4	135
23	17.1	7.0	0.41	4.0	192	115.2	145
24	15.2	6.0	0.39	3.5	176	92.0	110
25	17.0	5.0	0.29	4.0	174	111.4	140
26	12.4	4.0	0.32	3.1	125	48.2	60
27	14.7	4.5	0.31	3.5	171	80.8	90
28	16.8	5.0	0.30	3.7	208	120.6	140
29	17.2	3.5	0.20	3.8	179	94.0	120
30	18.7	4.0	0.21	3.9	219	129.7	182
Mean	16.43	4.93	0.30	3.75	184.93	105.91	131.97
Standard deviation	1.79	1.12	0.07	0.29	20.36	23.70	31.67
Min	12.4	7.0	0.20	3.10	125	48.2	60
Max	19.7	3.5	0.42	4.20	219	141.8	182

$\alpha, h_1, h$  – as in Figure 2

0.996, with an average of 0.980. The general formula for the shape of generatrix of cones was as follows:

$$y = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E, \quad (8)$$

gdzie  $x \in (0, h)$ .

The mean value, standard deviation and minimum and maximum values of coefficients from A to E are given in Table 2. The exemplary course of changes of generatrix for cones is given on Figure 3.

The designed equations of generatrix of individual cones allowed for surface area  $S_{obl}$  and volume calculation  $V_{obl}$  (Table 3).

Due to a large variability of coefficients A, B, C and E of polynomial for individual cones, despite significant dependence on length (equation 9–12) and thickness, there is no practical possibility of using this equation for the calculation of volume and surface area of any cone of Silver fir when only its basic parameters ( $d$  and  $h$ ) are known.

$$A = 5 \times 10^{-9}h - 1 \times 10^{-6} \quad R^2 = 0.718 \quad (9)$$

$$B = 1 \times 10^{-6}h + 3 \times 10^{-4} \quad R^2 = 0.677 \quad (10)$$

$$C = 7 \times 10^{-5}h - 0.026 \quad R^2 = 0.410 \quad (11)$$

$$E = 0.044h - 1.366 \quad R^2 = 0.423 \quad (12)$$

For coefficient  $D$ , no significant dependence on length or thickness of cones was stated.

Values of surface area of cone ( $S_{obl}$ ), calculated from formula 1, amounted from 87.30 to 261.30 cm<sup>2</sup>, with an average of 156.98 (±14.11) cm<sup>2</sup>, and values of volume ( $V_{obl}$ ),

according to the formula 2, from 61.22 to 250.23 cm<sup>3</sup>, with an average of 144.01 (±17.13) cm<sup>3</sup> (Table 3).

The values of surface area of cone ( $S_w$ ) calculated from computational model of cylinder ranged from 121.05 to 247.56 cm<sup>2</sup>, with an average of 194.91 cm<sup>2</sup> (±12.51) and values of volume ( $V_w$ ) from 93.82 to 248.96 cm<sup>3</sup>, having an average 185.05 cm<sup>3</sup> (±16.38) (Table 3).

Values of  $\alpha$  and  $h_1$  coefficients for individual cones, used in the calculation of surface area  $S_s$  and volume  $V_s$  of cone, are given in Table 1. On an average, the coefficient  $\alpha$  amounted to 0.03 (±0.03) and  $h_1$  was equal to 4.93 (±0.42).

Formulas basis which the values of volume and surface area were calculated according to the cone model (given in Table 3), including  $\alpha$  value, have been given in equations 13 and 14. The given constants have been taken from equations 3–5.

$$V_s = 0.534 \cdot d^2 \cdot h \quad (13)$$

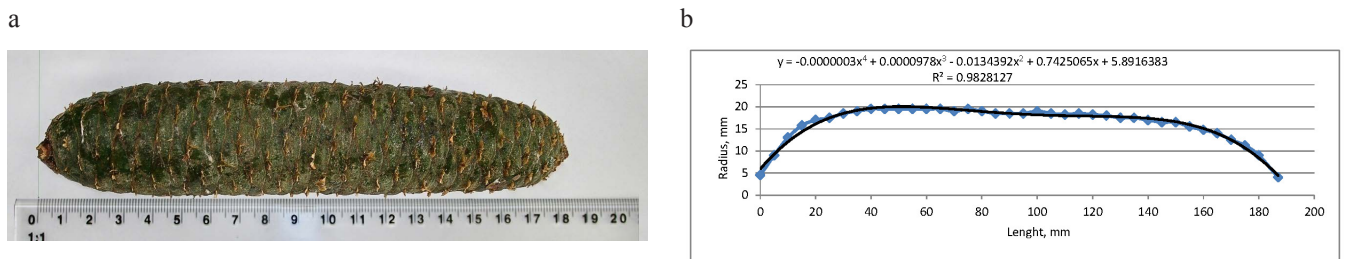
$$S_s = 1.602 \cdot d \cdot \sqrt{d^2 + 1.96 \cdot h^2} \quad (14)$$

The surface area of cone ( $S_s$ ) amounted from 87.78 to 178.58 cm<sup>2</sup>, having an average of 140.99 cm<sup>2</sup> (±9.01) and volume ( $V_s$ ) from 63.79 to 169.27 cm<sup>3</sup>, on an average 125.82 cm<sup>3</sup> (±11.13) cm<sup>3</sup> (Table 3).

The results of actual volume ( $V_{rz}$ ) are given in Table 1. The average actual volume amounted to from 60 to 182 cm<sup>3</sup>, with an average 131.97 cm<sup>3</sup> (±11.84). The dependence of actual volume was calculated on length and thickness of cones (15 and 16, respectively). The increase in length by 1 cm

**Table 2.** Statistical values of coefficients  $A \div E$  form of the equation

Parameter	A	B	C	D	E
Mean	-0.00000038	0.0001245	-0.014904	0.752157	5.9349
Standard deviation	0.00000012	0.0000254	0.001875	0.062385	1.2206
Minimum	-0.00000070	0.0000850	-0.019570	0.602319	3.6540
Maximum	-0.00000020	0.0001810	-0.011298	0.882000	8.6000



**Figure 3.** Cone silver fir: a – general view, b – cone outline data visualization

caused the increase of actual volume by almost 16 cm<sup>3</sup>, and in case of thickness, by around 97 cm<sup>3</sup>.

$$V_{rz} = 16.2 \cdot h - 133.5 \quad R^2=0.829 \quad (15)$$

$$V_{rz} = 97.5 \cdot d - 233.9 \quad R^2=0.817 \quad (16)$$

The values of surface area and volume calculated in three ways were compared with actual values. The average value of  $k_1$  indicator, defying the relation of calculated volume  $V_{obl}$  to the measured volume  $V_{rz}$  amounted to 1.08 ( $\pm 0.07$ ). Due to high compliance of the volume calculated ( $V_{obl}$ ) according to the function of fourth-degree polynomial with value measured for cone ( $V_{rz}$ ) allowed us to state that the surface  $S_{obl}$  also calculated with the use of this method is a good approximation of the actual value.

Values of examined factors describing relations of examined indicators:  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  and  $k_5$  are given in Table 3.

Value of indicator  $k_2$ , which is a ratio of volume calculated from cylinder model ( $V_w$ ) to measured volume ( $V_{rz}$ ), ranged from 1.23 to 1.63, on an average 1.41 ( $\pm 0.04$ ). It was much higher than  $k_1$  value, which proves that there are significant differences between values calculated from cylinder model and measured values.

In order to use the cylinder model for calculation of actual volume ( $V_{wf}$ ), the obtained values should be multiplied by 0.709 (equation 17), and for the calculation of surface area ( $S_{wf}$ ), the values should be multiplied by 0.810, which indicates  $S_w$  and  $S_{obl}$  ( $k_4$ ) dependence.

$$V_{wf} = V_w / k_2 = V_w / 1.41 = V_w \cdot 0.709 \quad (17)$$

**Table 3.** Surface area and volume, and compliance rates for the tested silver fir cones

No. of cone	Surface area	Volume	Surface area	Volume	Surface area	Volume	Compliance rates				
	$S_{obl}$	$V_{obl}$	$S_w$	$V_w$	$S_s$	$V_s$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$
	cm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup>	cm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup>	cm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup>	-	-	-	-	-
1	122.56	91.66	155.97	134.52	112.97	91.46	0.92	1.35	0.91	0.79	1.08
2	168.91	137.42	208.77	197.28	150.79	134.14	1.01	1.45	0.99	0.81	1.12
3	141.98	106.41	168.77	143.45	121.90	97.53	1.06	1.43	0.98	0.84	1.16
4	261.30	250.23	247.56	247.57	178.58	168.32	1.39	1.38	0.94	1.06	1.46
5	171.49	140.44	202.75	190.08	146.49	129.24	0.94	1.27	0.86	0.85	1.17
6	134.66	101.17	172.08	150.57	124.41	102.37	0.88	1.31	0.89	0.78	1.08
7	111.59	84.23	136.99	119.18	99.70	81.03	0.96	1.35	0.92	0.81	1.12
8	181.47	162.89	222.03	230.36	160.89	156.62	1.02	1.44	0.98	0.82	1.13
9	114.80	80.45	153.39	130.38	111.06	88.64	1.01	1.63	1.11	0.75	1.03
10	124.53	93.04	137.73	110.18	99.68	74.91	1.09	1.30	0.88	0.90	1.25
11	193.33	203.28	216.52	221.93	156.90	150.90	1.27	1.39	0.94	0.89	1.23
12	191.33	196.84	222.99	217.42	161.05	147.82	1.36	1.50	1.02	0.86	1.19
13	189.08	159.52	226.67	221.00	163.64	150.26	1.06	1.47	1.00	0.83	1.16
14	149.40	155.77	224.77	230.38	162.71	156.64	0.92	1.36	0.92	0.66	0.92
15	188.14	173.41	210.74	205.47	152.41	139.70	1.17	1.39	0.94	0.89	1.23
16	135.55	108.42	162.14	147.95	117.70	100.60	0.99	1.35	0.91	0.84	1.15
17	198.22	197.77	186.05	167.44	134.43	113.84	1.52	1.29	0.88	1.07	1.47
18	185.87	175.48	231.68	240.37	167.68	163.43	1.10	1.50	1.02	0.80	1.11
19	143.63	140.93	237.11	248.96	171.62	169.27	0.88	1.56	1.06	0.61	0.84

No. of cone	Surface area	Volume	Surface area	Volume	Surface area	Volume	Compliance rates				
	$S_{obl}$	$V_{obl}$	$S_w$	$V_w$	$S_s$	$V_s$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$
	cm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup>	cm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup>	cm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup>	-	-	-	-	-
20	159.88	131.51	209.04	198.58	151.01	135.02	0.82	1.24	0.84	0.76	1.06
21	202.95	223.18	208.10	208.10	150.76	141.49	1.49	1.39	0.94	0.98	1.35
22	180.11	170.80	202.95	192.80	146.72	131.09	1.27	1.43	0.97	0.89	1.23
23	159.19	161.83	215.14	215.14	155.71	146.27	1.12	1.48	1.01	0.74	1.02
24	150.80	135.62	164.96	142.28	119.30	96.74	1.23	1.29	0.88	0.91	1.26
25	178.29	167.16	210.96	208.32	152.66	141.64	1.19	1.49	1.01	0.85	1.17
26	93.62	61.22	121.05	93.82	87.78	63.79	1.02	1.56	1.06	0.77	1.07
27	117.20	79.57	159.76	137.79	115.64	93.69	0.88	1.53	1.04	0.73	1.01
28	152.86	131.86	195.75	181.07	141.45	123.11	0.94	1.29	0.88	0.78	1.08
29	87.30	124.82	205.45	195.18	148.49	132.71	1.04	1.63	1.11	0.42	0.59
30	119.48	173.21	229.61	223.87	165.72	152.21	0.95	1.23	0.84	0.52	0.72
Mean	156.98	144.01	194.91	185.05	140.99	125.82	1.08	1.41	0.96	0.81	1.12
Standard deviation	37.78	45.88	33.49	43.86	24.12	29.82	0.19	0.11	0.08	0.13	0.19
Min	87.30	61.22	121.05	93.82	87.78	63.79	0.82	1.23	0.84	0.42	0.59
Max	261.30	250.23	247.56	248.96	178.58	169.27	1.52	1.63	1.11	1.07	1.47

$S_{obl}$ ,  $V_{obl}$  – Surface area and volume of cones according to formula 1

$S_w$ ,  $V_w$  – Surface area and volume of cones according to cylinder model

$S_s$ ,  $V_s$  – Surface area and volume of cones according to cone model

The recalculated actual values for surface area  $S_{fw}$  and volume  $V_{fw}$ , amounted to an average 157.88 ( $\pm 10.13$ ) cm<sup>2</sup> and 131.20 ( $\pm 11.61$ ) cm<sup>3</sup>, respectively. The graphical comparison of examined values (surface area and volume) is shown on Figure 4.

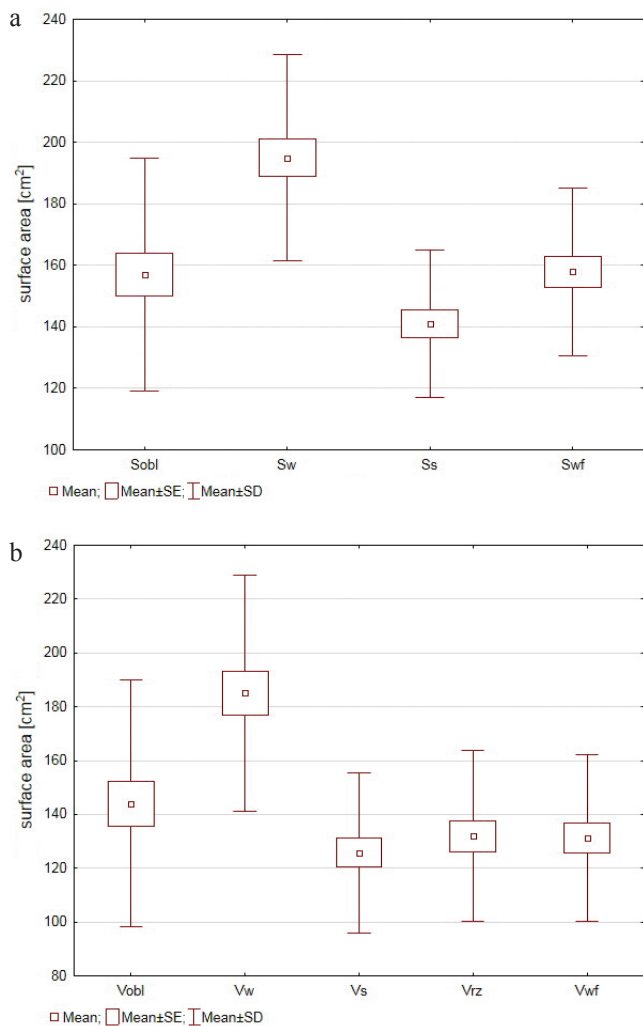
By using variance analysis, significant difference was found between  $S_w$  and remaining surface area, and between  $S_w$  and  $S_s$  ( $p = 0.013$ ) and  $S_w$  ( $p < 0.05$ ). A significant difference for  $p < 0.05$  was found between  $V_w$  and all other examined volume calculation models, when all volume values were compared. Significant dependence for these values was also confirmed by the Levene's test for homogeneity of variance performed for the examined calculation models. It was found that values of volume and surface area have normal distribution.

Value of  $k_3$  indicator amounted to an average of 0.96 ( $\pm 0.03$ ). The value of volume calculated from cone model (equation 14) was smaller by almost 5% from the actual volume  $V_w$ . On the other hand,  $k_5$  indicator had an average value of 1.12 ( $\pm 0.07$ ). Surface area calculated from modified cone model (equation 13) was on average smaller by 8% from the surface area  $S_{obl}$  recognized as actual.

## 4. Discussion

While comparing the results of external parameters of the examined Silver fir cones, it was noticed that they were within the range given by other authors (Barzdajn 2009). They were most similar to the parameters obtained for the Silver fir cones from Romania by Nanu (1977). The length of cones ranged from 7.0 to 19.5 cm, and the thickness ranged from 2.9 to 4.6 cm. Similar results were also given by Kočiová (1974) who described the cones from Slovakia.

By knowing the length and thickness of a cone, the surface area and volume of closed cones can be calculated. The proposed model of a polynomial of fourth-degree was used only for description of the cone's shape and for calculation of the surface area and volume of the closed cones. An attempt to apply the polynomial to cones of different parts, with the use of average values of  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  and  $E$  coefficients of equation, did not succeed because it gave much inflated results. The proposed second and third way of calculating surface area and volume of a cone with the use of cylinder or cone turned out to be more useful. The values of volume calcula-



**Figure 4.** Comparison of mean values, standard errors and standard deviations for the test computational models: *a* – surface area, *b* – volume:  $S_{obl}$ ,  $V_{obl}$  – calculated from the formula 1 and 2,  $S_w$ ,  $V_w$  – calculated according to the formula on the cylinder,  $S_s$ ,  $V_s$  – calculated according to the formula on a cone (13, 14),  $S_{wrf}$ ,  $V_{wrf}$  – calculated according to the formula for the inclusion of a fixed cylinder

ted with the use of first of mentioned above entities had to be multiplied by a constant 0.709. After recalculating, the obtained values of volume were compared with the actual values of volume designed with the use of hydrometric method ( $V_w$ ). On an average, the ratio of the sizes equalled 1.00 ( $\pm 0.03$ ), which proves that the model was well matched. In order for the surface area of a closed cone, which was calculated with the use of formula for cylinder ( $S_w$ ), to be comparable to value of surface area calculated with the use of function of polynomial of fourth-degree ( $S_{obl}$ ), it should be multiplied by a constant 0.810. As a result, the proportion of calculated areas amounted to an average of 1.04 ( $\pm 0.08$ ).

A research conducted for other species, that is Scots pine and common spruce, defined a way of calculating the surface area and volume from the formula for cone (Aniszewska 2001; Gawart, Mikłaszewicz 2000). The values of surface area and the volume of Silver fir cones calculated according to this method, in comparison to surface calculated as a function of polynomial of fourth-degree, and the actual volume were smaller by 8 and 5% ( $k_s$ ,  $k_v$ ), respectively. For common spruce, the values of surface area varied by 5%, and values of volume by 10% (Aniszewska 2001).

The examined parameters of Silver fir cone, such as length, thickness, mass, humidity, surface area, volume and density can be used in programming thermal peeling processes in cabinet kilns in economic conditions for obtaining seeds of good quality.

## 5. Conclusions

1. The shape of cones of Silver fir quite accurately defines the curve, which is a polynomial of fourth-degree. However, due to vary large differences in relation to actual values of obtained coefficients for this polynomial, an average value cannot be obtained and used for the calculation of volume and surface area of any cone, despite significant dependence on length and thickness of a cone (beside  $D$  coefficient).

2. The formula for cylinder or cone can be a general calculating model describing surface area and volume of cones. The values of volume calculated using the formula for cylinder should be multiplied by a constant value 0.709, and in case of surface area, by the constant 0.810. However, by using the formula for cone, the description introduced should be the coefficient  $\alpha = 0.3$ . Result analysis showed that the surface area and volume differed only by 8 and 5% respectively, from actual values after introducing  $\alpha$  coefficient.

## Conflict of interest

The authors declare lack of potential conflicts.

## Acknowledgements and funding sources

The research was financed from own resources of the Faculty of Production Engineering of Warsaw Agriculture University in Warsaw.

## References

- Aniszewska M. 2001. Zmienność podstawowych parametrów szyszki świerka. *Sylvan* 145(6): 87–93.
- Ballian D., Čabaravdić A. 2005. Međupopulacijska varijabilnost nekih morfoloških svojstava obične jele (*Abies alba* Mill.) iz

- središnje Bosne. *Radovi Šumarskog Instituta, Jastrebarsko* 40(1): 5–18.
- Barzdajn W. 1996. Ocena wartości diagnostycznej morfologicznych cech szyszek świerka pospolitego [*Picea abies* (L.) Karst.] w celu wyróżnienia jego proveniencji. *Sylwan* 140(9): 61–75.
- Barzdajn W. 2009. Adaptacja różnych pochodzeń jodły pospolitej (*Abies alba* Mill.) do warunków Sudetów. *Leśne Prace Badawcze* 70(1): 49–58. DOI 10.2478/v10111-009-0005-2.
- Bednarek T. 2002. Zmienność osobnicza jodły (*Abies alba* Mill.) w lasach zarządzanych przez Regionalną Dyрекcyję lasów Państwowych we Wrocławiu. *Zeszyty Naukowe Akademii Rolniczej im H. Kołłątaja w Krakowie* 339: 181–195.
- Bis R., Dobrowolska D. 2012. Występowanie jodły pospolitej (*Abies alba* Mill.) w Puszczy Hżeckiej. [Silver fir (*Abies alba* Mill.) occurrence in south-eastern part of Hżecka Forest]. *Leśne Prace Badawcze* 73(4): 273–282. DOI 10.2478/v10111-012-0026-0.
- Boratyński A. 1983. Systematyka i geograficzne rozmieszczenie jodły, in: Jodła pospolita (*Abies alba* Mill.), (ed.S. Białobok). PWN, Warszawa–Poznań, 41–86.
- Buraczyk W. 2009. Morphological changeability of cones of Norway spruce [*Picea abies* (L.) Karst.] in the Białowieża Forest. *Folia Forestalia Polonica, series A*: 51(2): 154–160.
- Gawart B., Mikłaszewicz M. 2000. Modele matematyczne kształtu szyszek sosny i świerka. *Przegląd Techniki Rolniczej i Leśnej* 2: 20–22.
- Gudeski A. 1966. Morfologija na semeto i na šiškarkite na elata (*Abies alba* Mill.) od nacionalniot park ‘Risnak’. *God. Zborn. Zemj. – Šum. Fak. Univ. Skopje* 19: 187–215.
- Gunia S., Kowalski M. 1968. Jodła pospolita (*Abies alba* Mill.) w Puszczy Białowieskiej. *Sylwan* 112(3): 59–66.
- Gunia S. 1986. Próba oceny wartości genetycznej i hodowlanej jodły pospolitej (*Abies alba* Mill.) z Sudetów i Karpat polskich. *Sylwan* 130(2–3): 83–92.
- Illoul-Hachi M., Derridj A., Fady B. 2015. Efficiency of seed production and cone size of *Abies numidica* De Lannoy in the plantation in Algeria. *International Journal of Research in Applied, Natural and Social Sciences* 3(7): 9–16.
- Instrukcji gromadzenia i przechowywania zasobów genowych. 2007. Leśny Bank Genów Kostrzyca.
- Jaworski A., Paluch J. 2007. Charakterystyka cech morfologicznych jodeł w drzewostanach o strukturze przerębowej Beskidów Zachodnich. *Leśne Prace Badawcze* 3: 7–13.
- Kobliha J., Škorpik P., Stejskal J., Češka P. 2014. Hybridization results using the hybrid *Abies scilicica* × *Abies cephalonica*. *Acta Scientiarum Polonorum, Hortorum Cultus* 13(4): 23–31.
- Kočiová M. 1974. Dedivost’ plodov Jedlebielej (*Abies alba* Mill.) na Slovensku. *Acta Musei Silesiae, Series Dendrologia (Opava)* 23: 171–179.
- Kulej M., Skrzyszewska K. 1996. Wstępna ocena zmienności szyszek świerka istebniańskiego na przykładzie wybranych drzewostanów nasiennych Nadleśnictwa Wisła. *Sylwan* 140(5): 105–120.
- Nanu N. 1977. Contributii la biometria conurilor de brad (*Abies alba* Mill.). *Revista Pădurilor* 92(3): 140–147.
- Politi P.I., Georghiou K., Arianoutsou M. 2011. Reproductive biology of *Abies cephalonica* Loudon in Mount Aenos National Park, Cephalonia, Greece. *Trees* 25: 655–668. DOI 10.1007/s00468-011-0542-1.
- Sabor J., Skrzyszewska K., Banach J. 1999. Ogólnopolskie Doświadczenie Proveniencyjne Jd PL 86/90. Powierzchnia porównawcza z jodłą pospolitą w Nadleśnictwie Baligród. *Zeszyty Naukowe Akademii Rolniczej w Krakowie* 61: 263–280.
- Schütt P. 1991. Tannenarten Europas und Kleinasiens. Verlag Birkhäuser, Basel
- Statistica 10. 2011. Start Soft. www.statsoft.com.
- Sugiero D. 2005. Jodła pospolita (*Abies alba* Mill.) w drzewostanach zespołu żywej buczyny karpackiej (*Dentarioglandulosa-e-Fagetum*). *Sylwan* 149(11): 42–49.
- Suszka B. 1983. Rozmnażanie generatywne, in: Jodła pospolita *Abies alba* Mill. (ed. S. Białobok). PWN, Warszawa–Poznań.
- Szeligowski H., Bolibok L., Buraczyk W., Drozdowski S. 2011. Analiza wybranych cech jodły pospolitej (*Abies alba* Mill.) na powierzchni proveniencyjnej w Rogowie. [Characteristics of silver fir (*Abies alba* Mill.) in a provenance trial in Rogów]. *Leśne Prace Badawcze* 72(3): 225–231. DOI 10.2478/v10111-011-0022-9.
- Tracz M., Barzdajn W. 2007. The morphological traits of cones and seeds of *Abies alba* in Middle Sudeten. *Dendrobiology* 58: 59–65.
- Tyszkiewicz S. 1949. Nasiennictwo Leśne. Instytut Badawczy Leśnictwa, Seria D. nr 2, 358.
- Wilczkiewicz M. 1976. Jodła pospolita (*Abies alba* Mill.) w Sudetach. *Sylwan* 120(1): 69–80.
- Załęski A. (ed.) 1995. Nasiennictwo leśnych drzew i krzewów iglastych. Oficyna Edytorska Wydawnictwo Świat. Warszawa, 180.

## Authors’ contribution

M.A. – concept, literature review, methodology, measurement, analysis of results, a statistical study, conclusions, writing, proofreading; U.B. – literature review, measurement, proofreading